

Dilución de salmuera en agua de mar: medición y estudio en una planta piloto dimensionalizada. Modelización mediante un sistema acoplado de ecuaciones diferenciales

Jesús Ildelfonso Díaz, Departamento de Matemática Aplicada, Facultad de Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid. Juan María Sánchez, Ecoagua Ingenieros. Noemí Sánchez, Ecoagua Ingenieros

1. DEFINICIÓN DE LA PLANTA PILOTO

Para simular físicamente las descargas de salmuera, se ha diseñado una planta piloto. De acuerdo a la teoría de modelos necesitamos un prototipo para definir el modelo que será la planta piloto.

El prototipo es una planta desaladora de ósmosis inversa de agua de mar con una producción de 100.000 m³/día y una conversión del 45%. Teniendo en cuenta el caudal de producción y la conversión de la planta desaladora, el caudal de salmuera será de 5.100 m³/h, si este caudal de salmuera se descarga mediante 10 difusores, el caudal unitario por difusor es de 510 m³/h.

Las velocidades de descarga de la salmuera dependen de la presión disponible al descargar la misma (cota de la planta, presión de salida de los recuperadores de energía, etc.) pero típicamente oscilan entre los 2,5 m/s y los 7 m/s, en este rango de velocidades se elegirá el valor de la velocidad de descarga para el prototipo.

Las concentraciones de la salmuera y del agua de mar consideradas son respectivamente 72 g/L y 38 mg/L, con lo que la diferencia de concentraciones entre ambos fluidos es de 34 g/L. La densidad de la salmuera y la del agua de mar correspondientes a estas concentraciones son respectivamente 1,052 kg/L y 1,026 kg/L, con lo que la diferencia de densidades entre ambos fluidos es de 0,026 kg/L.

El valor de concentración de la salmuera se ha obtenido suponiendo una salinidad de agua de mar de 38 g/L, tras un pretratamiento químico y considerando que estamos utilizando sistemas de intercambio de presión para la recuperación de la energía de la salmuera con un caudal de barrido = 0 (máxima mezcla), la salinidad de entrada a membranas de ósmosis puede incrementarse hasta 39,7 g/L. Realizando balances de masa y salinidad y teniendo en cuenta la salinidad del agua permeada tras la ósmosis ($S_p = 0,2$ g/L) el factor de conversión ($FC = 45$ %) y la salinidad de entrada a membranas ($S_{em} = 39,7$ g/L), la salinidad de la salmuera (S_s) será igual: $S_{em} = FC \times S_p + S_s \times (1-FC)$, por tanto, $S_s = 72$ g/L. Así $72-38 = 34$ g/L.

Una vez definido el prototipo vamos a realizar el desarrollo teórico que nos permita definir el modelo a escala y diseñar la planta piloto.

1.1 Desarrollo Teórico

Con el fin de que las conclusiones extraídas de los ensayos en la planta piloto diseñada en base al modelo sean extrapolables al prototipo, para la definición del modelo se ha utilizado el análisis dimensional y la teoría de modelos.

El modelo a definir debe describir un proceso de un chorro de agua concentrada en sales (salmuera) que se descarga en el seno de un fluido en reposo de menor concentración (el mar), a velocidad constante. Las características físico-químicas del fluido a descargar, la salmuera, y las del fluido que actúa como medio receptor, el mar, se mantendrán iguales entre prototipo y modelo.

Vamos a distinguir dos partes en nuestro modelo a escala. La primera parte es el chorro de salmuera en el interior del lecho marino desde el inicio de la descarga y la segunda el difusor de descarga de salmuera.

En la primera parte del modelo tendremos un modelo de flujo incomprensible, estacionario y con superficie libre.

Se considerará:

- Semejanza geométrica:

$$N_L = \frac{\text{Longitud característica del modelo}}{\text{Longitud característica del prototipo}} \quad (1)$$

$$(N_L)^3 = \frac{\text{Volumen característico del modelo}}{\text{Volumen característico del prototipo}} \quad (2)$$

- Similitud dinámica. En la práctica, en modelos de superficie libre con flujos incomprensibles en los que la fuerza primordial que causa el movimiento es la gravedad, no se cumple la igualdad entre los números de Reynolds y Froude, sino que se mantiene únicamente el número de Froude constante, puesto que es el parámetro dominante (White F.M., 1979). Así para nuestro diseño, mantendremos la igualdad del número de Froude en modelo y prototipo, por lo que en vez de semejanza dinámica (que se lograría igualando número de Reynolds en modelo y prototipo además del de Froude) se tendrá similitud dinámica.

1.1.1 Diseño del Depósito del Modelo

La relación de semejanza considerada es:

$$N_L = \frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{5} = 0,02 \quad (3)$$

Teniendo en cuenta esta relación de semejanza, $N_L = 1:5$ y suponiendo que la pluma de salmuera alcanzará unos 15 metros, la diferencia de batimétrica entre el punto de descarga y el final de la pluma es de 10 metros y el ancho de la pluma 7 metros, el volumen de salmuera involucrado en la descarga será de $15 \times 10 \times 7 = 1.050 \text{ m}^3$ este volumen en el modelo sería de $1.050/5^3 = 8,4 \text{ m}^3$, para poder considerar el volumen del depósito infinito multiplicamos por seis este valor y obtenemos $51,2 \text{ m}^3$. Si el depósito de la planta piloto tiene este volumen podemos considerar, aproximadamente, que la descarga se está realizando en un volumen infinito, tal y como es el mar. Si las dimensiones de este depósito son de 8 m. de largo x 3,2 m. de ancho y 2 m. de alto, teniendo en cuenta la relación de semejanza, las longitudes del prototipo serán:

- Largo: $8 \times 5 = 40 \text{ m}$.
- Ancho: $3,2 \times 5 = 16 \text{ m}$.
- Alto: $2 \times 5 = 10 \text{ m}$.

Para conseguir similitud dinámica igualamos el número de Froude en modelo y prototipo.

La definición del número de Froude, es la siguiente:

$$F_R = \frac{V^2}{g \times L} \quad (4)$$

Por tanto para que $(F_R)_{\text{modelo}} = (F_R)_{\text{prototipo}}$; se debe cumplir que:

$$\frac{V_m^2}{L_m} = \frac{V_p^2}{L_p} \quad (5)$$

Con (3) y (5):

$$V_m = \sqrt{0,2} \times V_p = 0,44721 \times V_p \quad (6)$$

Cumpliendo las igualdades (3) y (6) conseguiremos semejanza geométrica y similitud dinámica entre modelo y prototipo para la relación de semejanza definida.

1.1.2 Características de los fluidos que actuarán como medio y descarga en la planta piloto

Durante los ensayos en la planta piloto deberemos conservar las diferencias entre concentraciones y densidades entre el agua de mar y la salmuera definidas en el prototipo. Además realizaremos el mismo ensayo con descargas de disoluciones de agua y sales ionizadas y con agua con sólidos en suspensión, manteniendo la diferencia de concentraciones y densidades constante, así como caudales y velocidades para comprobar el comportamiento de ambos tipos de mezclas.

1.1.3 Diseño del Difusor de Salida de Salmuera

Considerando que el difusor de descarga sólo cumple la misión de llevar la salmuera hasta el punto de descarga deseado y que ésta salga con una velocidad y un ángulo fijado, en nuestro modelo, el difusor de salida sólo debe cumplir con la condición de que la salmuera salga con la velocidad definida en (6), en el punto de descarga fijado y con el ángulo deseado, para reproducir las condiciones del prototipo del difusor.

Con la relación de semejanza definida en (3) tendremos que la relación entre el diámetro de descarga del prototipo y el modelo es la siguiente:

$$\frac{D_m}{D_p} = 0,2 \quad (7)$$

El caudal del modelo es:

$$Q_m = \frac{D_m^2}{4} \times \pi \times V_m \quad (8)$$

Con (6), (7) y (8) tendremos, la relación entre los caudales de modelo y prototipo será:

$$Q_m = \frac{(0,2 \times D_p)^2}{4} \times \pi \times 0,44721 \times V_p = \frac{D_p^2}{4} \times \pi \times V_p \times 0,2^2 \times 0,44721 = 0,0178884 \times Q_p \quad (9)$$

Teniendo en cuenta los datos del prototipo el caudal por difusor es de $Q_p = 510 \text{ m}^3/\text{h}$, se han elegido los siguientes valores de caudal y velocidad para el prototipo:

Tabla 1: Tabla de velocidad, caudal y diámetro del prototipo

DIÁMETRO DEL DIFUSOR (mm)	
CAUDAL (m ³ /h)	DN-150
400	V _p = 6,29 m/s

Con (6) y con (9) calculamos las velocidades y caudales equivalentes para el modelo con una relación 1:5, Tabla 2.

Tabla 2: Tabla de velocidad, caudal y diámetro del modelo ($N_L = 0,2$)

	DIAMETROS DEL DIFUSOR (mm)
CAUDAL (Litros/h)	DN-30
7.155	$V_m = 2,81$ m/s

1.2. Diseño de la Planta Piloto

Según lo desarrollado en los cálculos teóricos en la planta piloto deberemos ser capaces de descargar el caudal definido en la tabla 2, a la velocidad definida en esta misma tabla, mediante un difusor orientado a 45 grados en un tanque con un volumen total de 51,2 m³.

Además para caracterizar la pluma de salmuera, se utilizarán sondas de conductividad distribuidas por el depósito, que detectarán los cambios de conductividad que se producen en el medio.

Se construirá una planta piloto compuesta por:

- Un (1) depósito principal de 51,2 m³, equipado con una estructura que permite distribuir 23 sondas de conductividad por todo su volumen. El depósito dispone, en uno de sus lados, de cuatro (4) ventanas transparentes para poder observar como se desarrollan los ensayos.
- Un (1) tanque secundario 1 m³, equipado con un electroagitador.
- Una (1) bomba centrífuga vertical de las siguientes características: $q = 12$ m³/h y TDH = 10 m, para impulsar el fluido a descargar y un (1) manómetro en la impulsión.
- Dos (2) rotámetros y un caudalímetro electromagnético, en la impulsión de la bomba, para determinar el caudal a descargar.
- Una (1) tubería, sumergida en el depósito principal y orientada a 45 grados, preparada para el montaje roscado de bridas ciegas perforadas a distintos diámetros para ensayar diferentes caudales y velocidades de descarga.
- Un (1) armario de control y registro equipado con los transmisores de conductividad y un videoregistrador para guardar los datos de las conductividades registradas durante cada ensayo, así como el caudal medido con el caudalímetro electromagnético.
- Un (1) cuadro eléctrico de fuerza de la Planta Piloto.

En la siguiente figura se muestra la planta piloto construida.



Figura 1. Planta Piloto para simulación de descargas

2. ENSAYOS

En primer lugar, para tener una primera idea de donde situar las sondas de conductividad por el depósito principal, se preparó una disolución de sulfato de cobre en una concentración de 25 kg/m³. Las sales del sulfato de cobre están ionizadas en el agua, al igual que las sales del agua de mar y de la salmuera, pero a diferencia de las sales del agua de mar, el cobre le confiere a la disolución un color azulado por lo que podemos ver el tamaño de la pluma en una primera aproximación.

Según la tabla 2 la velocidad de descarga para el ensayo de 2,81 m/s se alcanza con un caudal de 7155 L/h y una salida del chorro DN-30. Estas características corresponden a las siguientes del prototipo de acuerdo a la tabla 1: velocidad de la descarga = 6,29 m/s, caudal 400 m³/h y DN-150.

Se colocó en el difusor la boquilla de diámetro de 30 mm. y se descargó un caudal de 7.130 L/h, que correspondía aproximadamente a los 7.155 L/h. Al ser 7.130 L/h (en vez de 7.155 L/h) la velocidad equivalente corregida del prototipo sería la expuesta en la tabla 3.

Tabla 3 Tabla de velocidad, caudal y diámetro del Prototipo corregida con el caudal finalmente ensayado equivalente al caudal de descarga en planta piloto = 7.130 L/h y DN-30

	DIÁMETRO DEL DIFUSOR (mm)
CAUDAL (m ³ /h)	DN-150
398,58	V _p = 6,27 m/s

Se fotografió y se filmó la pluma. En la figura 2 se muestra el difusor descargando 7.130 L/h.

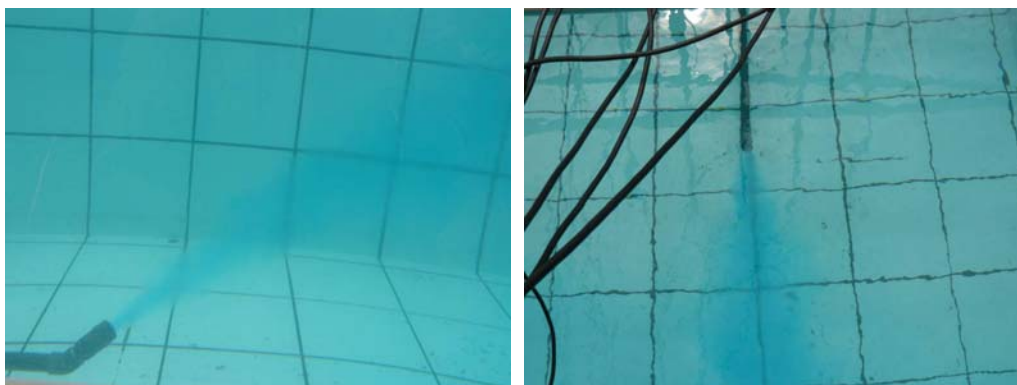


Figura 2.- Planta y alzado de la Segunda pluma de descarga con Q=7.130 L/h y DN-30

Teniendo en cuenta que los cuadrados dentro del depósito que se observan en la figura 2 son de 0,5 x 0,5 m, se midió el tamaño de la pluma.

Conocida la forma y tamaño aproximados de la pluma se definieron las primeras posiciones de las 23 sondas en x, y, z para los ensayos con un caudal de descarga de 7.130 L/h y un difusor de DN-30.

Una vez realizados los ensayos preliminares se realizó un grupo de ensayos, en adelante, grupo de ensayos N° 1 y un segundo ensayo, ensayo N° 2.

Durante la realización del grupo de ensayos N° 1 se tuvieron en cuenta las siguientes consideraciones:

- Como las sondas de conductividad tienen un tamaño significativo, si los ensayos se hubieran realizado con todas las sondas sumergidas en el depósito continuamente, éstas podrían influir en la geometría de la pluma y por tanto en la dilución de la salmuera. Para evitar esto, durante los ensayos las sondas de conductividad se iban retirando del depósito principal desde las más cercanas al difusor hasta las más lejanas. De esta forma se tuvieron en cuenta las medidas de

la primera barra (la más cercana a la pluma) durante 1 minuto y 30 segundos (suficiente para que se estabilizase la pluma), después se sacaban del depósito las sondas de la primera barra y se esperaba a que se estabilizase la pluma y se volvían a tomar medidas durante 1 minuto y 30 segundos de las sondas de la segunda barra y así sucesivamente. Por otro lado, se apuntaron los tiempos de medida válidos para cada grupo de sondas.

- El tiempo del ensayo fue lo suficientemente corto, como para no provocar un aumento significativo de la conductividad en el depósito principal.
- La posición de las sondas se midió en coordenadas espaciales x, y, z, referidas al orificio de salida del difusor situado en el fondo del depósito, que actúa como origen de coordenadas.
- Se prepararon soluciones con agua desalada y sacos de sal marina de forma que en cada ensayo se mantuviera una diferencia de concentración de sales de 34 g/L y una diferencia de densidades de 0,026 kg/L.

Durante la realización del ensayo N° 2 se preparó una mezcla de agua desalada y sólidos en suspensión, de forma que la diferencia entre las densidades de la mezcla y el medio fuera de 0,026 kg/L y la diferencia entre sus concentraciones de 34 mg/L al igual que en los ensayos del grupo N° 1. Esta mezcla se descargó con la misma velocidad y el mismo caudal que en el grupo de ensayos N° 1 para comprobar la diferencia entre una descarga con sólidos en suspensión y otra con sales disueltas. Como en este caso no se podían utilizar las sondas de conductividad para definir la pluma de salmuera, se utilizó un polvo trazador rojo y se filmó el ensayo.

En los modelos de simulación de descargas de salmuera, como por ejemplo el programa CORMIX, se tienen en cuenta las siguientes variables:

- Diferencia de densidades entre el medio y la descarga.
- Diferencia entre las concentraciones de medio y descarga.
- Velocidad, caudal y geometría de la descarga.
- Geometría del medio.
- Velocidad de las corrientes del medio.
- Velocidad del viento.

En todos los ensayos realizados en la planta piloto la pendiente del fondo del medio y las velocidades de las corrientes del medio fueron nulas. Estos dos efectos favorecerían la dilución, por lo que los resultados obtenidos son más conservadores que los que se obtendrían considerando corrientes del medio y pendiente del mismo. La rugosidad del fondo del medio era baja, en cualquier caso, este parámetro no influye en el estudio de la pluma en el campo cercano, que es el realizado durante estos ensayos.

En cuanto a la velocidad del viento durante los ensayos fue baja, menor de 2 m/s.

2.1 Características de los ensayos

En la tabla 4 se detallan las características del primer grupo de ensayos realizado. Durante el grupo de ensayos se variaron las posiciones de las sondas de conductividad para caracterizar la pluma y se mantuvieron constantes el resto de características.

Tabla 4. Características grupo de ensayos N° 1

GRUPO DE ENSAYOS N° 1			
Características generales			
Características del medio y del fluido de descarga en el prototipo			
<i>Medio:</i>	Agua de mar	<i>Descarga:</i>	Disolución de sales ionizadas (salmuera)
<i>Incremento densidad:</i>	0,026 kg/L	<i>Incremento concentración:</i>	34 g/L
<i>Caudal de descarga:</i>	398,58 m ³ /h	<i>Velocidad de descarga:</i>	6,27 m/s
Características del medio y del fluido de descarga en la planta piloto ($N_L = 0,2$)			
<i>Medio:</i>	Agua desalada	<i>Descarga:</i>	Disolución de sales ionizadas
<i>Incremento densidad:</i>	0,026 kg/L	<i>Incremento concentración:</i>	34 g/L
<i>Caudal de descarga:</i>	7.130 L/h	<i>Velocidad de descarga:</i>	2,8 m/s
Geometría del medio en el prototipo			
<i>Corrientes del medio:</i>	0 m/s	<i>Profundidad del medio:</i>	8,15 m (del fondo a la lámina de agua)
<i>Límite ancho y largo del medio comparado con pluma descarga:</i>	Infinito	<i>Pendiente del fondo del medio:</i>	0 %
<i>Velocidad del viento:</i>	2 m/s	<i>Rugosidad fondo:</i>	Liso $f = 0,015$
Geometría del medio en la planta piloto ($N_L = 0,2$)			
<i>Corrientes del medio:</i>	0 m/s	<i>Profundidad del medio:</i>	1,63 m (del fondo a la lámina de agua)
<i>Límite ancho y largo del medio comparado con pluma descarga:</i>	Infinito	<i>Pendiente del fondo del medio:</i>	0 %
<i>Velocidad del viento:</i>	2 m/s	<i>Rugosidad fondo:</i>	Liso $f = 0,015$
Geometría de la descarga en el prototipo:			
<i>Ángulos de descarga:</i>	45° con respecto al eje x, medido en sentido opuesto a las agujas del reloj, con la proyección del difusor en el plano z, x. 0° con respecto al eje x con la proyección del difusor en el plano y, x.		
<i>Profundidad de la descarga:</i>	7,5 m. (del centro del difusor a la lámina de agua)		
Geometría de la descarga en la planta piloto:			
<i>Ángulos de descarga:</i>	45° con respecto al eje x, medido en sentido opuesto a las agujas del reloj, con la proyección del difusor en el plano z, x. 0° con respecto al eje x con la proyección del difusor en el plano y, x.		
<i>Profundidad de la descarga:</i>	1,5 m. (del centro del difusor a la lámina de agua)		

En la tabla 5 se detallan las características del ensayo N° 2.

Tabla 5. Características del ensayo N° 2

ENSAYO N° 2			
Características generales			
Características del medio y del fluido de descarga en el prototipo			
<i>Medio:</i>	Agua desalada	<i>Descarga:</i>	Agua con polvo trazador tamaño partículas 100% < 0,0033 mm
<i>Incremento densidad:</i>	0,026 kg/L	<i>Incremento concentración:</i>	34 g/L
<i>Caudal de descarga:</i>	398,58 m³/h	<i>Velocidad de descarga:</i>	6,27 m/s
Características del medio y del fluido de descarga en la planta piloto ($N_L = 0,2$)			
<i>Medio:</i>	Agua desalada	<i>Descarga:</i>	Agua con polvo trazador tamaño partículas 100% < 0,0033 mm
<i>Incremento densidad:</i>	0,026 kg/L	<i>Incremento concentración:</i>	34 g/L
<i>Caudal de descarga:</i>	7.130 L/h	<i>Velocidad de descarga:</i>	2,8 m/s
Geometría del medio en el prototipo			
<i>Corrientes del medio:</i>	0 m/s	<i>Profundidad del medio:</i>	8,15 m (del fondo a la lámina de agua)
<i>Límite ancho y largo del medio comparado con pluma descarga:</i>	Infinito	<i>Pendiente del fondo del medio:</i>	0 %
<i>Velocidad del viento:</i>	2 m/s	<i>Rugosidad fondo:</i>	Liso $f = 0,015$
Geometría del medio en la planta piloto ($N_L = 0,2$)			
<i>Corrientes del medio:</i>	0 m/s	<i>Profundidad del medio:</i>	1,63 m (del fondo a la lámina de agua)
<i>Límite ancho y largo del medio comparado con pluma descarga:</i>	Infinito	<i>Pendiente del fondo del medio:</i>	0 %
<i>Velocidad del viento:</i>	2 m/s	<i>Rugosidad fondo:</i>	Liso $f = 0,015$
Geometría de la descarga en el prototipo:			
<i>Ángulos de descarga:</i>	45° con respecto al eje x, medido en sentido opuesto a las agujas del reloj, con la proyección del difusor en el plano z, x. 0° con respecto al eje x con la proyección del difusor en el plano y, x.		
<i>Profundidad de la descarga:</i>	7,5 m. (del centro del difusor a la lámina de agua)		
Geometría de la descarga en la planta piloto:			
<i>Ángulos de descarga:</i>	45° con respecto al eje x, medido en sentido opuesto a las agujas del reloj, con la proyección del difusor en el plano z, x. 0° con respecto al eje x con la proyección del difusor en el plano y, x.		
<i>Profundidad de la descarga:</i>	1,5 m. (del centro del difusor a la lámina de agua)		

En este ensayo se preparó una mezcla de agua con sólidos en suspensión utilizando polvo trazador, manteniendo el resto de características del ensayo iguales a las del grupo de ensayos N° 1.

3. RESULTADOS DE LOS ENSAYOS EN LA PLANTA PILOTO

El videoregistrador de Honeywell registra las señales cada 0,5 segundos, para cada sonda y para el caudalímetro en continuo en tiempo real. Cada vez que finalizaba un ensayo, se exportaban los datos registrados. Se repitieron los experimentos, hasta tres veces, con las sondas de conductividad en las mismas posiciones. Posteriormente mediante un tratamiento y análisis estadístico de todos los datos válidos se calcularon los valores de conductividad representativos en cada posición de las sondas. Se consideraron datos válidos, aquellos tomados en el espacio de tiempo en el que la conductividad, para cada sonda, se mantenía aproximadamente constante y la pluma, por tanto, podía considerarse también estable.

Se utilizó la interpolación lineal mediante triangulaciones de los datos de conductividades de la pluma para caracterizar la pluma en el campo cercano, obteniendo los resultados representados en las figuras a continuación.

En las figuras 3 y 4 se muestran los incrementos máximos de salinidad en g/L en planta y alzado, respectivamente, de la pluma de salmuera correspondiente al caudal de 7130 L/h y velocidad 2,8 m/s. Las distancias en los ejes x, y, z están expresadas en metros.

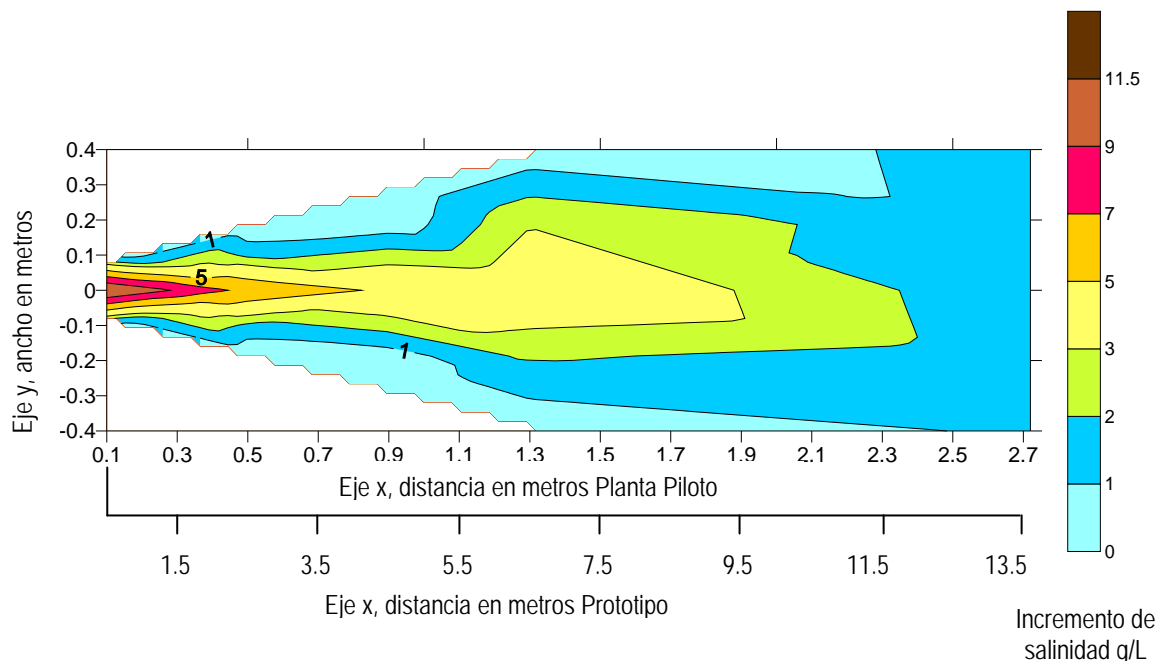


Figura 3. Planta de la pluma de salmuera en el grupo de ensayos N° 1

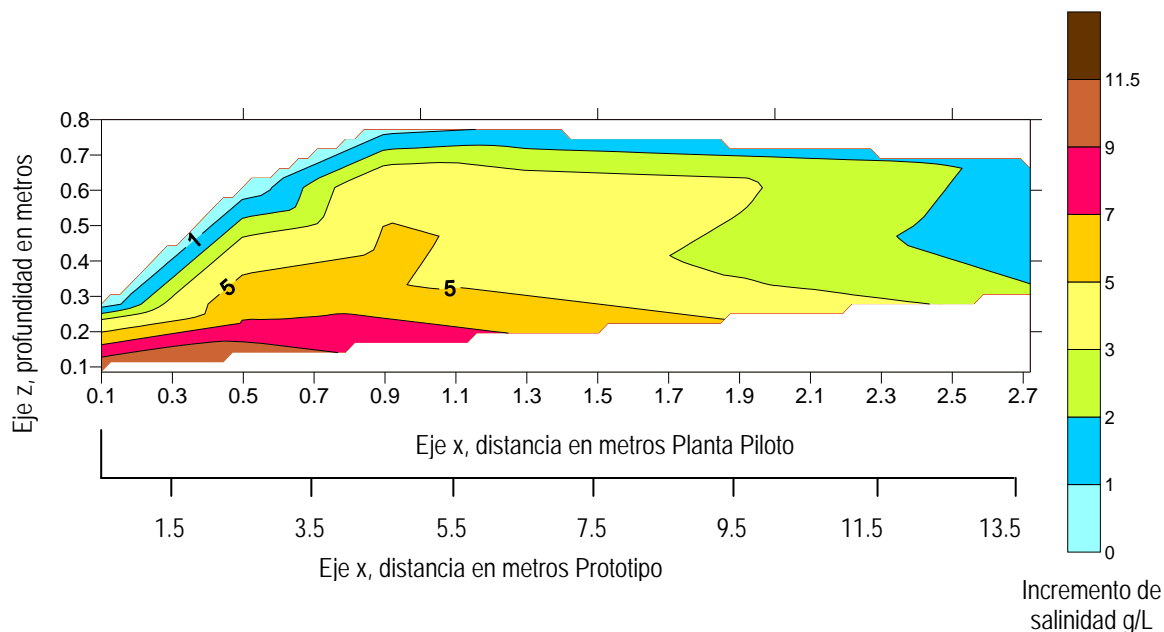


Figura 4. Alzado de la Pluma de salmuera en el grupo de ensayos N° 1

Por último, en la figura 5 se muestran una serie de imágenes consecutivas tomadas durante un minuto en el ensayo N° 2, en el que se descargó una mezcla de agua con sólidos en suspensión. El caudal de descarga como ya hemos comentado en este ensayo es de 7.130 L/h y el diámetro de descarga DN-30, la diferencia de concentraciones entre medio y descarga es de 34 g/L y la diferencia de densidades 0,026 kg/L.



5a. Alzado de la pluma



5b. La pluma se desplaza aguas abajo



5c. En menos de 10 segundos avanza hasta la mitad del depósito



5d. En menos de 15 segundos llega al final del depósito y a las paredes

Figura 5. Imágenes consecutivas durante 1 minuto de la pluma de sólidos en suspensión durante el ensayo N° 2

4. MODELIZACIÓN MEDIANTE UN SISTEMA ACOPLADO DE ECUACIONES DIFERENCIALES

En este apartado se realizará la modelización del comportamiento de la pluma de descarga mediante un sistema acoplado de ecuaciones diferenciales.

Para describir el movimiento de la pluma, consideramos un fluido incompresible (fluido de descarga) que se mueve dentro de otro fluido incompresible (el medio) de diferentes características: se estudiará el fenómeno una vez que la descarga ha entrado en régimen estacionario. Se considerará un volumen de control en el campo cercano de la descarga y se aplicará la ley de conservación de la masa y la ley de conservación de la cantidad de movimiento. Para este problema, no necesitaremos la ley de conservación de la energía puesto que en el problema propuesto no existe aporte de energía ni se produce cambio de fase alguno.

Como es bien sabido, el principio de conservación de la masa, en mecánica de medios continuos, expresa el hecho de que la masa contenida en un volumen fluido no varía con el tiempo, esto es, el incremento por unidad de tiempo de la cantidad de masa contenida en un volumen de control es igual a la cantidad de masa que entra por unidad de tiempo a través de la pared de dicho volumen (Sánchez A. y Martínez C., 2005). Considerando que el volumen de control es de volumen cada vez más pequeño y centrado en un punto del espacio, al pasar al límite se obtiene la ecuación diferencial, que se debe satisfacer en todos los puntos del espacio la identidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (10)$$

Siendo: $\rho = \rho(x, y, z, t)$ la *densidad*
 $\vec{v} = (v_x(x, y, z, t), v_y(x, y, z, t), v_z(x, y, z, t))$ el *campo de velocidades*

De hecho, la condición de incompresibilidad reduce la ecuación anterior a $\nabla \cdot (\vec{v}) = 0$ (11)

y por tanto a densidad constante.

La ley de conservación de los momentos lineal y angular hace intervenir la resultante de las fuerzas de volumen y de superficie que actúan sobre el fluido. Considerando el fluido incompresible y con viscosidad constante y teniendo en cuenta que estamos en condiciones estacionarias la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento puede escribirse:

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\nabla \cdot \vec{v}) \vec{v} \right] = -\nabla p - \mu \Delta \vec{v} + \rho \vec{f}_m \quad (12)$$

μ : *viscosidad*

Siendo: \vec{f}_m : *fuerzas másicas* (incluyen la gravedad y la fuerza de Coriolis)
 p : *presión*.

También se puede añadir un tercer conjunto de ecuaciones para analizar las posibles reacciones químicas entre el fluido de descarga y el fluido de disolución. Esto justifica aún mejor la existencia de "plumas" que generan una frontera o superficie libre (desconocida a priori) dependiendo de la expresión de cinética química que se suponga. Si, por ejemplo, suponemos que sólo hay dos componentes químicas de fracciones másicas Y_i ($i=1,2$) se ha de cumplir que:

$$Y_1 + Y_2 = 1 \quad (13)$$

Y que

$$\rho \left[\frac{\partial Y_i}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla Y_i \right] = -D_i \Delta Y_i + R_i(Y_1, Y_2) + \rho f_i \quad (14)$$

Siendo:

D_i el coeficiente de difusión de la especie i .

$R_i(Y_1, Y_2)$ la razón de la velocidad de reacción de la especie i , y f_i el aporte másico de dicha especie.

Si por ejemplo hay un aporte de la especie i mediante un "emisor submarino" (conducto de grosor infinitesimal descargando en el interior de la región ocupada por el otro fluido) entonces f_i es de la forma de la "delta de Dirac" concentrada en el punto extremo del conducto submarino.

Partiendo de estas ecuaciones, tras añadir las condiciones de contorno que expresan que la velocidad ha de ser nula en las paredes rígidas (por ejemplo en la base y en las paredes laterales) del recinto fluido y los efectos de viento superficial en la capa superior, junto a condiciones "transparentes" para reducir el dominio espacial (verdaderamente no acotado) a un recinto acotado donde se realiza el muestreo, ya casi se puede asegurar que el problema está bien puesto en sentido matemático y que las experiencias de análisis numérico son coherentes con la solución del modelo continuo. Tan sólo hay que añadir alguna hipótesis simplificadora como por ejemplo, la correspondiente a "aguas poco profundas", lo que simplifica las ecuaciones de Navier-Stokes eliminando términos que, por análisis dimensional, se esperan que sean despreciables frente a otros que son retenidos en el nuevo modelo.

5. CONCLUSIONES

- A la hora de caracterizar una descarga en un medio receptor, es necesario distinguir entre una descarga con sólidos en suspensión y una descarga con una disolución de sales ionizadas, pues se comportan de forma totalmente diferente, aunque se mantengan las mismas diferencias entre medio y descarga de concentraciones, densidades, velocidades, geometrías, etc.
- Los ensayos realizados para caracterizar plumas de salmuera deben realizarse con fluidos con sales ionizadas, no son válidos ensayos realizados con trazadores de color como la rodamina o el azul de metileno, pues estos son mezclas de agua con sólidos en suspensión.
- Según los resultados obtenidos en la planta piloto, para una planta desaladora de 100.000 m³/día en la que la descarga se realiza mediante 10 difusores a una velocidad de 3,11 m/s:
 - o A 0,5 metros del punto de descarga el incremento máximo de conductividad es inferior a 15 g/L.
 - o A 7,5 metros del punto de descarga el incremento máximo de conductividad es inferior a 5 g/L.
 - o La zona donde la concentración del agua de mar aumenta por encima de los 2 g/L es inferior a 15 m. de ancho x15 m. de largo.
- Se ha diseñado y construido una planta piloto y se ha establecido un protocolo de ensayos para ensayar descargas de salmuera. Esta planta piloto va a poder utilizarse para buscar los métodos más eficientes de realizar las descargas de salmuera en cuanto a favorecer la dilución.
- Se ha establecido un modelo matemático que permita mediante el análisis numérico, determinar el comportamiento de descargas en un medio continuo.